БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра программного обеспечения информационных технологий

Факультет КСиС

Специальность ПОИТ

Лабораторная работа №2

по дисциплине «Методы оптимизации»

на тему «Элементы динамического программирования»

Выполнил студент: Русинович А.А.

группа 851006

Проверил: Филатченкова О. А.

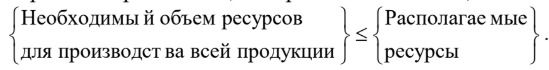
Минск 2020

# **Формулировка задачи (Вариант 25)**

# **Практическая часть. Задание 1**

Решение данной задачи заключается в решении отдельных ее пунктов.

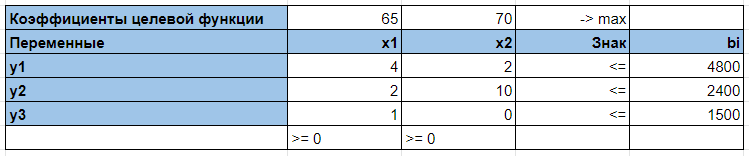
1. Составим математическую модель задачи. В рассматриваемой задаче за переменные естественно принять объемы выпуска каждого из возможных видов продукции, которые традиционно обозначают , где – количество выпускаемой продукции . Будем искать такой план выпуска продукции, который обеспечит максимальную прибыль . При этом имеет место следующее ограничение:



Отсюда математическая модель задачи имеет вид:

*– целевая функция суммарной прибыли*

1. Составим математическую модель двойственной задачи. Для этого прямую задачу запишем в виде следующей таблицы:

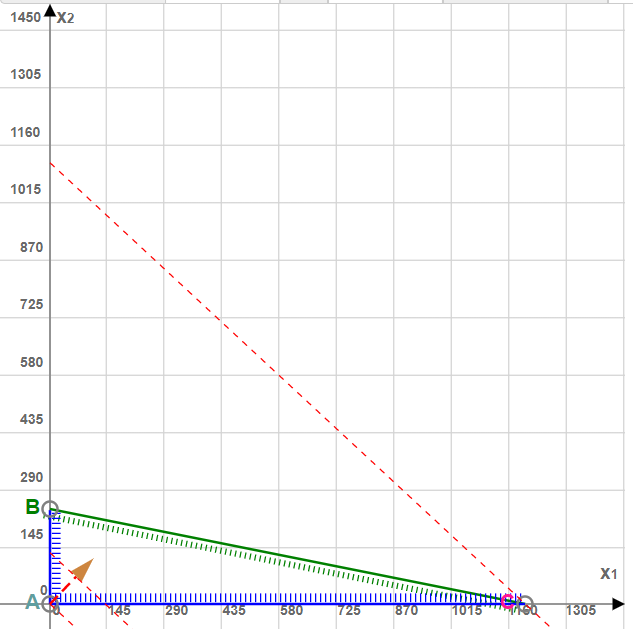


Согласно правилам построения двойственных задач, каждому ограничению прямой задачи соответствует переменная двойственной задачи, поэтому можно сказать, что переменные двойственной задачи – это оценки ресурсов (трудовых, сырья, финансов).

Отсюда математическая модель двойственной задачи имеет вид:

*– целевая функция суммарной оценки ресурсов*

1. Графический метод заключается в построении и пересечении полуплоскостей уравнений из пункта 1 и построения вектора – градиента целевой функции суммарной прибыли. По рисунку, представленному ниже, будем искать, где достигаются экстремумы функции.

Итого:

Для решения поставленной задачи симплекс-методом необходимо совершить переход к канонической форме. Для этого вводим базисные переменные в 1-ом, 2-ом и 3-ем неравенстве системы соответственно. дополнительные переменные задачи ЛП обозначают излишки сырья, времени, других ресурсов, остающихся в производстве данного оптимального плана. Получаем следующую систему уравнений:

Заносим все в симплексную таблицу. – вектор коэффициентов целевой функции при базисных переменных.

●

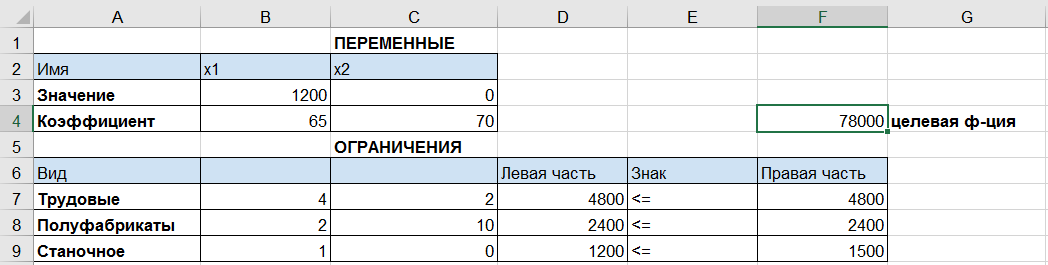
– столбец коэффициентов при переменной

*● ,*

где СТЭ - элемент старого плана, РЭ - разрешающий элемент (10), А и В - элементы старого плана, образующие прямоугольник с элементами СТЭ и РЭ.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер  Итерации | БП |  |  |  |  |  |  |  | Симплексные отношения |
| 65 | 70 | 0 | 0 | 0 |
| 0 |  | 0 | 4800 | 4 | 2 | 1 | 0 | 0 | 4800/2 = 2400 |
|  | 0 | 2400 | 2 | **10** | 0 | 1 | 0 | 2400/10 = 240 |
|  | 0 | 1500 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | - |
| Оценки | |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | -65 | -70 | 0 | 0 | 0 |
| 1 |  | 0 | 4320 | **3.6** | 0 | 1 | -0.2 | 0 | 4320/3.6 = 1200 |
|  | 70 | 240 | 0.2 | 1 | 0 | 0.1 | 0 | 240/0.2 = 1200 |
|  | 0 | 1500 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1500/1 = 1500 |
| Оценки | |  |  |  |  |  |  |  |
| 16800 | -51 | 0 | 0 | 7 | 0 |
| 2 |  | 65 | 1200 | 1 | 0 | 0.28 | 0.05 | 0 |  |
|  | 70 | 0 | 0 | 1 | -0.72 | 0.11 | 0 |  |
|  | 0 | 300 | 0 | 0 | 0.28 | 0.05 | 0 |  |
| Оценки | |  |  |  |  |  |  |  |
| 78000 | 0 | 0 | 14.2 | 4.2 | 0 |

Среди значений индексной строки нет отрицательных. Поэтому эта таблица определяет оптимальный план задачи. Оптимальный план достигается при .

Также поиск решения проводился на компьютере с помощью Excel. Результаты оказались идентичными предыдущим двум способам решения: оптимальный план достигается при .

1. Отчет по результатам состоит из трех таблиц. В первой таблице приводятся сведения о целевой функции. В столбце «Исходное» приведены значения целевой функции до начала вычислений. Во второй таблице приводятся значения искомых переменных, полученные в результате решения задачи. В третьей показываются результаты оптимального решения для ограничений и граничных условий.

Отчет по пределам показывает, в каких пределах может изменяться выпуск продукции, вошедшей в оптимальное решение, при сохранении структуры оптимального решения.

Полученные отчеты имеют следующий вид:

# 

# 

# Множитель Лагранжа – это двойственная переменная. Как и в линейном программировании, она показывает, на сколько изменится целевая функция при изменении правой части ограничений на единицу. В связи с этим делаем вывод, что наиболее значимым ресурсом являются трудовые, а самые незначительные – станочные.

# **3. Практическая часть. Задание 2**

Решение данной задачи заключается в решении отдельных ее пунктов.

1. Составим математическую модель задачи. Переменными (неизвестными) транспортной задачи являются — объемы перевозок от каждого -го поставщика каждому -му потребителю. Так как произведение определяет затраты на перевозку груза от -го поставщика -му потребителю, то суммарные затраты на перевозку всех грузов равны По условию задачи требуется обеспечить минимум суммарных затрат.

Учитывая условие неотрицательности объемов перевозок, математическую модель задачи можно записать так:

*– целевая функция*

Следовательно, математическая модель рассматриваемой задачи такова:

1. Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.

– спрос

– возможности поставщиков

Поскольку возможные поставки превышают спрос на 20 ед., введем фиктивного получателя с таким объемом спроса. Для фиктивного получателя транспортные затраты нулевые, так как груз остается у поставщика. Поэтому при выборе маршрута с минимальной стоимостью не будем принимать его во внимание. Тогда наименьшую стоимость имеет ячейка

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **10** | **15** | **10** | **20** |
| **5** | 2 ***(5)***  \* | 2  \* | 4  \* | 5  \* | 0  \* |
| **20** | 4 | 6 | 7 | 10 | 0 |
| **15** | 5 | 3 | 3 | 6 | 0 |
| **20** | 6 | 4 | 5 | 12 | 0 |

С учетом ограничений для первой строки и первого столбца записываем в нее значение объема перевозки 5 ед. и корректируем предложение и спрос. Для третьего получателя спрос удовлетворен, следовательно, третий столбец вычеркиваем. Следующей ячейкой с минимальной стоимостью в незаполненной части таблицы будет ячейка и в нее занесем значение объема перевозок равное 0.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **10** | **15** | **10** | **20** |
| **5** | 2 ***(5)***  \* | 2  \* | 4  \* | 5  \* | 0  \* |
| **20** | 4 ***(0)***  \* | 6  \* | 7  \* | 10 ***(10)***  \* | 0 ***(10)***  \* |
| **15** | 5  \* | 3 ***(10)***  \* | 3 ***(5)***  \* | 6  \* | 0  \* |
| **20** | 6  \* | 4  \* | 5 ***(10)***  \* | 12  \* | 0 ***(10)***  \* |

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

Проверяем полученный опорный план на оптимальность. Для этого находим потенциалы пунктов отправления и назначения. Для заполненных клеток составляем систему из 8 уравнений с 9 неизвестными и полагаем, что :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **10** | **15** | **10** | **20** | **u** |
| **5** | 2 ***(5)***  \* | 2  \* | 4  \* | 5  \* | 0  \* | 0 |
| **20** | 4 ***(0)***  \* | 6  \* | 7  \* | 10 ***(10)***  \* | 0 ***(10)***  \* | 2 |
| **15** | 5  \* | 3 ***(10)***  \* | 3 ***(5)***  \* | 6  \* | 0  \* | 0 |
| **20** | 6  \* | 4  \* | 5 ***(10)***  \* | 12  \* | 0 ***(10)***  \* | 2 |
| **v** | 2 | 3 | 3 | 8 | -2 |  |

Для каждой свободной клетки вычисляем знак результата :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **10** | **15** | **10** | **20** | **u** |
| **5** | 2 ***(5)***  \* | 2  \* -1 | 4  \* 1 | 5  \* -3 | 0  \* 2 | 0 |
| **20** | 4 ***(0)***  \* | 6  \* 1 | 7  \* 2 | 10 ***(10)***  \* | 0 ***(10)***  \* | 2 |
| **15** | 5  \* 3 | 3 ***(10)***  \* | 3 ***(5)***  \* | 6  \* -2 | 0  \* 2 | 0 |
| **20** | 6  \* 2 | 4  \* -1 | 5 ***(10)***  \* | 12  \* 2 | 0 ***(10)***  \* | 2 |
| **v** | 2 | 3 | 3 | 8 | -2 |  |

Среди полученных чисел есть отрицательные. Следовательно данный опорный план не является оптимальным. Наибольшее отрицательное число находится в пересечении строки A1 и столбца B4. Для данной свободной клетки строим цикл пересчета. Для этого вставим в эту клетку знак "+" а остальные клетки цикла поочередно знаки "−" и "+".

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **10** | **15** | **10** | **20** | **u** |
| **5** | 2 ***(5)***  \* | 2  \* -1 | 4  \* 1 | 5  \* -3 | 0  \* 2 | 0 |
| **20** | 4 ***(0)***  \* | 6  \* 1 | 7  \* 2 | 10 ***(10)***  \* | 0 ***(10)***  \* | 2 |
| **15** | 5  \* 3 | 3 ***(10)***  \* | 3 ***(5)***  \* | 6  \* -2 | 0  \* 2 | 0 |
| **20** | 6  \* 2 | 4  \* -1 | 5 ***(10)***  \* | 12  \* 2 | 0 ***(10)***  \* | 2 |
| **v** | 2 | 3 | 3 | 8 | -2 |  |

Следовательно, если всем участвующим в цикле переменным дать некоторое приращение Δ с соответствующими знаками, то все балансовые соотношения по строкам и столбцам будут сохранены. Чтобы объемы перевозок оставались неотрицательными, это приращение Δ нужно взять равным минимальному по абсолютной величине значению переменной из числа помеченных знаком ⊝. В примере это ячейка (1, 1), поэтому Δ=5. В новой таблице другие числа получаются так. Числам, находящимся в плюсовых клетках добавляется 5, а из чисел, находящихся в минусовых клетках вычитается это число. Итого:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **10** | **15** | **10** | **20** | **u** |
| **5** | 2  \* 3 | 2  \* 2 | 4  \* 4 | 5 ***(5)***  \* | 0  \* 5 | 0 |
| **20** | 4 ***(5)***  \* | 6  \* 1 | 7  \* 2 | 10 ***(5)***  \* | 0 ***(10)***  \* | 5 |
| **15** | 5  \* 3 | 3 ***(10)***  \* | 3 ***(5)***  \* | 6  \* -2 | 0  \* 2 | 3 |
| **20** | 6  \* 2 | 4  \* -1 | 5 ***(10)***  \* | 12  \* 2 | 0 ***(10)***  \* | 5 |
| **v** | -1 | 0 | 0 | 5 | -5 |  |

Среди полученных чисел есть отрицательные. Наибольшее отрицательное число находится в пересечении строки A3 и столбца B4. Для данной свободной клетки строим цикл пересчета.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **10** | **15** | **10** | **20** | **u** |
| **5** | 2  \* 3 | 2  \* 2 | 4  \* 4 | 5 ***(5)***  \* | 0  \* 5 | 0 |
| **20** | 4 ***(5)***  \* | 6  \* 1 | 7  \* 2 | 10 ***(5)***  \* | 0 ***(10)***  \* | 5 |
| **15** | 5  \* 3 | 3 ***(10)***  \* | 3 ***(5)***  \* | 6  \* -2 | 0  \* 2 | 3 |
| **20** | 6  \* 2 | 4  \* -1 | 5 ***(10)***  \* | 12  \* 2 | 0 ***(10)***  \* | 5 |
| **v** | -1 | 0 | 0 | 5 | -5 |  |

Наименьшее из чисел в минусовых клетках равно 5.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **10** | **15** | **10** | **20** | **u** |
| **5** | 2  \* 3 | 2  \* 2 | 4  \* 4 | 5 ***(5)***  \* | 0  \* 5 | 0 |
| **20** | 4 ***(5)***  \* | 6  \* 1 | 7  \* 2 | 10  \* | 0 ***(15)***  \* | 5 |
| **15** | 5  \* 3 | 3 ***(10)***  \* | 3 ***(0)***  \* | 6 ***(5)***  \* -2 | 0  \* 2 | 3 |
| **20** | 6  \* 2 | 4  \* -1 | 5 ***(15)***  \* | 12  \* 2 | 0 ***(5)***  \* | 5 |
| **v** | -1 | 0 | 0 | 5 | -5 |  |

Проверяем полученный опорный план на оптимальность.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **10** | **15** | **10** | **20** | **u** |
| **5** | 2  \* 1 | 2  \* 0 | 4  \* 2 | 5 ***(5)***  \* | 0  \* 3 | 0 |
| **20** | 4 ***(5)***  \* | 6  \* 1 | 7  \* 2 | 10  \* 2 | 0 ***(15)***  \* | 3 |
| **15** | 5  \* 3 | 3 ***(10)***  \* | 3 ***(0)***  \* | 6 ***(5)***  \* | 0  \* 2 | 1 |
| **20** | 6  \* 2 | 4  \* -1 | 5 ***(15)***  \* | 12  \* 4 | 0 ***(5)***  \* | 3 |
| **v** | 1 | 2 | 2 | 5 | -3 |  |

Среди полученных чисел есть отрицательные. Наибольшее отрицательное число находится в пересечении строки A4 и столбца B2. Для данной свободной клетки строим цикл пересчета.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **10** | **15** | **10** | **20** | **u** |
| **5** | 2  \* 1 | 2  \* 0 | 4  \* 2 | 5 ***(5)***  \* | 0  \* 3 | 0 |
| **20** | 4 ***(5)***  \* | 6  \* 1 | 7  \* 2 | 10  \* 2 | 0 ***(15)***  \* | 3 |
| **15** | 5  \* 3 | 3 ***(10)***  \* | 3 ***(0)***  \* | 6 ***(5)***  \* | 0  \* 2 | 1 |
| **20** | 6  \* 2 | 4  \* -1 | 5 ***(15)***  \* | 12  \* 4 | 0 ***(5)***  \* | 3 |
| **v** | 1 | 2 | 2 | 5 | -3 |  |

Наименьшее из чисел в минусовых клетках равно 10.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **10** | **15** | **10** | **20** | **u** |
| **5** | 2  \* 1 | 2  \* 0 | 4  \* 2 | 5 ***(5)***  \* | 0  \* 3 | 0 |
| **20** | 4 ***(5)***  \* | 6  \* 1 | 7  \* 2 | 10  \* 2 | 0 ***(15)***  \* | 3 |
| **15** | 5  \* 3 | 3  \* | 3 ***(10)***  \* | 6 ***(5)***  \* | 0  \* 2 | 1 |
| **20** | 6  \* 2 | 4 ***(10)***  \* -1 | 5 ***(5)***  \* | 12  \* 4 | 0 ***(5)***  \* | 3 |
| **v** | 1 | 2 | 2 | 5 | -3 |  |

Проверяем полученный опорный план на оптимальность.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **10** | **15** | **10** | **20** | **u** |
| **5** | 2  \* 1 | 2  \* 1 | 4  \* 2 | 5 ***(5)***  \* | 0  \* 3 | 0 |
| **20** | 4 ***(5)***  \* | 6  \* 2 | 7  \* 2 | 10  \* 2 | 0 ***(15)***  \* | 3 |
| **15** | 5  \* 3 | 3  \* 1 | 3 ***(10)***  \* | 6 ***(5)***  \* | 0  \* 2 | 1 |
| **20** | 6  \* 2 | 4 ***(10)***  \* | 5 ***(5)***  \* | 12  \* 4 | 0 ***(5)***  \* | 3 |
| **v** | 1 | 1 | 2 | 5 | -3 |  |

Среди полученных чисел нет отрицательных. Следовательно данный опорный план является оптимальным.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

При этом плане остается неиспользованным 15 запасов пункта A2, 5 запасов пункта A4.

1. Для ограничения вычитаем 5 из запасов и потребностей.

Для ограничения вместо 3-го потребителя с запросами 15 вводим двух других потребителей. Один из них с номером 3 должен иметь запросы , а другой с номером - запросы . Стоимости перевозок для этих потребителей остаются прежними, за исключением стоимости которая принимается равной сколь угодно большому числу М (М>>1). Поскольку в матрице присутствуют запрещенные к размещению клетки, то для отыскания оптимального плана достаточно заменить их на максимальные тарифы (12 умноженное на 3).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **5** | **10** | **10** | **5** |
| **5** | 2 | 2 | 4 | 5 | 4 |
| **15** | 4 | 6 | 7 | 10 | 7 |
| **15** | 5 | 3 | 3 | 6 | 3 |
| **20** | 6 | 4 | 5 | 12 | M |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **5** | **10** | **10** | **5** |
| **5** | 2 | 2 | 4 | 5 | 4 |
| **15** | 4 | 6 | 7 | 10 | 7 |
| **15** | 5 | 3 | 3 | 6 | 3 |
| **20** | 6 | 4 | 5 | 12 | 36 |

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.

– спрос

– возможности поставщиков

Поскольку возможные поставки превышают спрос на 20 ед., введем фиктивного получателя с таким объемом спроса.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **5** | **10** | **10** | **5** | **20** |
| **5** | 2 | 2 | 4 | 5 | 4 | 0 |
| **15** | 4 | 6 | 7 | 10 | 7 | 0 |
| **15** | 5 | 3 | 3 | 6 | 3 | 0 |
| **20** | 6 | 4 | 5 | 12 | 36 | 0 |

После поиска опорного плана таблица имеет вид:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **5** | **10** | **10** | **5** | **20** |
| **5** | 2 ***(5)***  \* | 2 ***(0)***  \* | 4  \* | 5  \* | 4  \* | 0  \* |
| **15** | 4  \* | 6  \* | 7  \* | 10 ***(10)***  \* | 7 ***(5)***  \* | 0  \* |
| **15** | 5  \* | 3 ***(5)***  \* | 3 ***(10)***  \* | 6  \* | 3 ***(0)***  \* | 0  \* |
| **20** | 6  \* | 4 ***(0)***  \* | 5  \* | 12  \* | 36  \* | 0 ***(20)***  \* |

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

Проверяем полученный опорный план на оптимальность. Для этого находим потенциалы пунктов отправления и назначения. Для заполненных клеток составляем систему из 9 уравнений с 10 неизвестными и полагаем, что :

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **5** | **10** | **10** | **5** | **20** | **u** |
| **5** | 2 ***(5)***  \* | 2 ***(0)***  \* | 4  \* 2 | 5  \* 0 | 4  \* 2 | 0  \* 2 | 0 |
| **15** | 4  \* -3 | 6  \* -1 | 7  \* 0 | 10 ***(10)***  \* | 7 ***(5)***  \* | 0  \* -3 | 5 |
| **15** | 5  \* 2 | 3 ***(5)***  \* | 3 ***(10)***  \* | 6  \* 0 | 3 ***(0)***  \* | 0 \* 1 | 1 |
| **20** | 6  \* 2 | 4 ***(0)***  \* | 5  \* 1 | 12  \* 5 | 36  \* 32 | 0 ***(20)***  \* | 2 |
| **v** | 2 | 2 | 2 | 5 | 2 | -2 |  |

Среди полученных чисел есть отрицательные. Следовательно данный опорный план не является оптимальным. Наибольшее отрицательное число находится в пересечении строки A1 и столбца B4. Для данной свободной клетки строим цикл пересчета. Для этого вставим в эту клетку знак "+" а остальные клетки цикла поочередно знаки "−" и "+". Наименьшее из чисел в минусовых клетках равно 5.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **5** | **10** | **10** | **5** | **20** | **u** |
| **5** | 2  \* | 2 ***(5)***  \* | 4  \* 2 | 5  \* 0 | 4  \* 2 | 0  \* 2 | 0 |
| **15** | 4 ***(5)***  \* -3 | 6  \* -1 | 7  \* 0 | 10 ***(10)***  \* | 7 ***(0)***  \* | 0  \* -3 | 5 |
| **15** | 5  \* 2 | 3 ***(0)***  \* | 3 ***(10)***  \* | 6  \* 0 | 3 ***(5)***  \* | 0 \* 1 | 1 |
| **20** | 6  \* 2 | 4 ***(0)***  \* | 5  \* 1 | 12  \* 5 | 36  \* 32 | 0 ***(20)***  \* | 2 |
| **v** | 2 | 2 | 2 | 5 | 2 | -2 |  |

Проверяем полученный опорный план на оптимальность.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **5** | **10** | **10** | **5** | **20** | **u** |
| **5** | 2  \* 1 | 2 ***(5)***  \* | 4  \* 2 | 5  \* 0 | 4  \* 2 | 0  \* 2 | 0 |
| **15** | 4 ***(5)***  \* | 6  \* -1 | 7  \* 0 | 10 ***(10)***  \* | 7 ***(0)***  \* | 0  \* -3 | 5 |
| **15** | 5  \* 5 | 3 ***(0)***  \* | 3 ***(10)***  \* | 6  \* 0 | 3 ***(5)***  \* | 0 \* 1 | 1 |
| **20** | 6  \* 5 | 4 ***(0)***  \* | 5  \* 1 | 12  \* 5 | 36  \* 34 | 0 ***(20)***  \* | 2 |
| **v** | -1 | 2 | 2 | 5 | 2 | -2 |  |

Среди полученных чисел есть отрицательные. Следовательно данный опорный план не является оптимальным. Наибольшее отрицательное число находится в пересечении строки A2 и столбца B6. Для данной свободной клетки строим цикл пересчета. Для этого вставим в эту клетку знак "+" а остальные клетки цикла поочередно знаки "−" и "+". Наименьшее из чисел в минусовых клетках равно 0.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **5** | **10** | **10** | **5** | **20** | **u** |
| **5** | 2  \* 1 | 2 ***(5)***  \* | 4  \* 2 | 5  \* 0 | 4  \* 2 | 0  \* 2 | 0 |
| **15** | 4 ***(5)***  \* | 6  \* -1 | 7  \* 0 | 10 ***(10)***  \* | 7 ***(0)***  \* | 0 ***(0)***  \* -3 | 5 |
| **15** | 5  \* 5 | 3  \* | 3 ***(10)***  \* | 6  \* 0 | 3 ***(5)***  \* | 0 \* 1 | 1 |
| **20** | 6  \* 5 | 4 ***(0)***  \* | 5  \* 1 | 12  \* 5 | 36  \* 34 | 0 ***(20)***  \* | 2 |
| **v** | -1 | 2 | 2 | 5 | 2 | -2 |  |

Проверяем полученный опорный план на оптимальность. Для этого находим потенциалы пунктов отправления и назначения. Для заполненных клеток составляем систему из 9 уравнений с 10 неизвестными и полагаем, что :

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **5** | **10** | **10** | **5** | **20** | **u** |
| **5** | 2  \* 2 | 2 ***(5)***  \* | 4  \* -1 | 5  \* -3 | 4  \* -1 | 0  \* 2 | 0 |
| **15** | 4 ***(5)***  \* | 6  \* 2 | 7  \* 0 | 10 ***(10)***  \* | 7 ***(0)***  \* | 0 ***(0)***  \* | 2 |
| **15** | 5  \* 5 | 3  \* 3 | 3 ***(10)***  \* | 6  \* 0 | 3 ***(5)***  \* | 0 \* 4 | -2 |
| **20** | 6  \* 2 | 4 ***(0)***  \* | 5  \* -2 | 12  \* 2 | 36  \* 29 | 0 ***(20)***  \* | 2 |
| **v** | 2 | 2 | 5 | 8 | 5 | -2 |  |

Среди полученных чисел есть отрицательные. Следовательно данный опорный план не является оптимальным. Наибольшее отрицательное число находится в пересечении строки A2 и столбца B6. Для данной свободной клетки строим цикл пересчета. Наименьшее из чисел в минусовых клетках равно 5.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **5** | **10** | **10** | **5** | **20** | **u** |
| **5** | 2  \* 2 | 2  \* | 4  \* -1 | 5 ***(5)***  \* -3 | 4  \* -1 | 0  \* 2 | 0 |
| **15** | 4 ***(5)***  \* | 6  \* 2 | 7  \* 0 | 10 ***(5)***  \* | 7 ***(0)***  \* | 0 ***(5)***  \* | 2 |
| **15** | 5  \* 5 | 3  \* 3 | 3 ***(10)***  \* | 6  \* 0 | 3 ***(5)***  \* | 0 \* 4 | -2 |
| **20** | 6  \* 2 | 4 ***(5)***  \* | 5  \* -2 | 12  \* 2 | 36  \* 29 | 0 ***(15)***  \* | 2 |
| **v** | 2 | 2 | 5 | 8 | 5 | -2 |  |

Повторяем ту же процедуру до тех пор, пока план не станет оптимальным.

Итого:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **5** | **5** | **10** | **10** | **5** | **20** | **u** |
| **5** | 2  \* 1 | 2  \* 1 | 4  \* 2 | 5 ***(5)***  \* | 4  \* 2 | 0  \* 3 | 0 |
| **15** | 4 ***(5)***  \* | 6  \* 2 | 7  \* 2 | 10  \* 2 | 7  \* 2 | 0 ***(10)***  \* | 3 |
| **15** | 5  \* 3 | 3  \* 1 | 3 ***(5)***  \* | 6 ***(5)***  \* | 3 ***(5)***  \* | 0 \* 2 | 1 |
| **20** | 6  \* 2 | 4 ***(5)***  \* | 5 ***(5)***  \* | 12  \* 4 | 36  \* 31 | 0 ***(10)***  \* | 3 |
| **v** | 1 | 1 | 2 | 5 | 2 | -3 |  |

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

1. Анализ без учета ограничений:

Из склада A1 отправить груз (5) в пункт B4;

Из склада A2 отправить груз (5) в пункт B1;

Из склада A3 отправить груз (10) в пункт B3;

Из склада A3 отправить груз (5) в пункт B4;

Из склада A4 отправить груз (10) в пункт B2;

Из склада A4 отправить груз (5) в пункт B3.

Анализ с учетом ограничений:

Из склада A1 отправить груз (5) в пункт B4;

Из склада A2 отправить груз (15) в пункт B1;

Из склада A3 отправить груз (5) в пункт B3;

Из склада A3 отправить груз (5) в пункт B4;

Из склада A3 отправить груз (5) в пункт B5;

Из склада A4 отправить груз (5) в пункт B2;

Из склада A4 отправить груз (5) в пункт B3;

На складах А2 и А4 остался невостребованным груз (10).